

Übung 11 (Abgabe 11.01.2022)

Hinweis: Die Aufgaben eines Übungsblattes sollen in Gruppen von drei Studierenden bearbeitet werden. Schreiben Sie sich dazu im Moodlekurs

<https://moodle2.uni-leipzig.de/course/view.php?id=35006> ein und melden Sie sich für eine der Gruppen an. Bitte geben Sie bereits die zweite Übungsserie in Dreiergruppen ab. Es ist vorgesehen die Zusammensetzung der Gruppen für das restliche Semester beizubehalten. Die erste Übungen zur Klärung organisatorischer Punkte findet am Montag (11.10.2021 um 13:15 Uhr) statt. Bitte nutzen Sie diese Übung ggfs. zur Gruppenfindung. Bitte beachten Sie die weiteren Anforderungen:

- Die Prüfungsvorleistung ist das Erreichen von mind. 50% der Punkte pro Übungsblatt.
- Die Lösungen sind im .pdf-Format in Moodle hochzuladen.
- Verwenden Sie möglichst die \LaTeX -Vorlage der Fachschaft in Halle zur Erstellung Ihres Lösungsblattes:
<http://fachschaft.mathinf.uni-halle.de/informationen/latex>. Dazu empfehlen wir Ihnen auch das Video auf der entsprechenden Seite.
- Alle Gruppenmitglieder müssen jede Aufgabe der Gruppenabgabe verstanden haben und vorrechnen können.
- Aufgaben, denen keine Punkte zugeordnet sind, sind freiwillig und müssen dementsprechend nicht abgegeben werden.
- Abgabetermin ist immer der folgende Dienstag um 23:59 Uhr.

Aufgabe 1 : Zufallsgrößen (4 Punkte)

Eine Laplace Münze wird so lange geworfen, bis zum ersten Mal Kopf erscheint, höchstens aber vier Mal.

- Wählen Sie einen geeigneten Ergebnisraum.
- Sei X die Anzahl der Würfe bis zum Spielende. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

Aufgabe 2 : Zufallsgrößen (4 Punkte)

Bestimmen Sie für die gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen einer Zufallsgröße den angegebenen Term.

- Eine Zufallsgröße hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$$x_i \mapsto \begin{cases} p \cdot (1-p)^{i-1}, & \text{für } i = 1, 2, \dots, k-1 \\ p_k, & \text{falls } i = k \end{cases}.$$

Bestimmen Sie p_k .

Aufgabe 3 : Zufallsgrößen (4 Punkte)

Sei X die Anzahl, wie oft beim Werfen dreier Laplace-Münzen Kopf oben liegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Y = (X - 1)^2$.

Aufgabe 4 : Zufallsgrößen (4 Punkte)

Die Seiten zweier Laplace-Würfel sind mit den Augenzahlen $-3, -2, -1, 1, 2, 3$ beschriftet. Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen. Seien X und Y die geworfenen Augenzahlen.

- (a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X + Y$?
- (b) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $(X + Y)^2$?
- (c) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X \cdot Y$?

Aufgabe 5 : Zufallsgrößen (4 Punkte; siehe Folie PTS:V-91)

Das Wachstum der Lebewesen einer Gattung ist im Wesentlichen durch Ernährung sowie den Sauerstoffgehalt und die Temperatur im Lebensbereich bestimmt. Jeder dieser Faktoren bewirkt Laplace-verteilt und unabhängig von den anderen eine Veränderung der Normkörperlänge um $-2, -1, 0, 1, 2$ Einheiten. Mathematisch werden die drei unabhängigen Zufallsgrößen X, Y, Z mit gleichen Einzelverteilungen wie folgt modelliert:

x_i	-2	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Konstruieren Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Veränderung $V = X + Y + Z$ der Gesamtkörperlänge.

Aufgabe 6 : Pandas + Seaborn (Zusatzaufgabe: 4 Bonuspunkte)

Betrachten Sie das Jupyter Notebook `serie-11-aufgabe-06.ipynp`. Im Moodle finden Sie den Datensatz `us-crime-statistics.csv` im. Durch Ausfüllen der leeren Snippets können Sie sich im Rahmen dieser Aufgabe mit der `apply`-Funktion von Pandas vertraut machen, während Sie einen Überblick über Kriminalstatistiken der USA zwischen 1960 und 2014 erhalten.