

Übung 5 (Abgabe 16.11.2021)

Hinweis: Die Aufgaben eines Übungsblattes sollen in Gruppen von drei Studierenden bearbeitet werden. Schreiben Sie sich dazu im Moodlekurs

<https://moodle2.uni-leipzig.de/course/view.php?id=35006> ein und melden Sie sich für eine der Gruppen an. Bitte geben Sie bereits die zweite Übungsserie in Dreiergruppen ab. Es ist vorgesehen die Zusammensetzung der Gruppen für das restliche Semester beizubehalten. Die erste Übungen zur Klärung organisatorischer Punkte findet am Montag (11.10.2021 um 13:15 Uhr) statt. Bitte nutzen Sie diese Übung ggfs. zur Gruppenfindung. Bitte beachten Sie die weiteren Anforderungen:

- Die Prüfungsvorleistung ist das Erreichen von mind. 50% der Punkte pro Übungsblatt.
- Die Lösungen sind im .pdf-Format in Moodle hochzuladen.
- Verwenden Sie möglichst die \LaTeX -Vorlage der Fachschaft in Halle zur Erstellung Ihres Lösungsblattes:
<http://fachschaft.mathinf.uni-halle.de/informationen/latex>. Dazu empfehlen wir Ihnen auch das Video auf der entsprechenden Seite.
- Alle Gruppenmitglieder müssen jede Aufgabe der Gruppenabgabe verstanden haben und vorrechnen können.
- Aufgaben, denen keine Punkte zugeordnet sind, sind freiwillig und müssen dementsprechend nicht abgegeben werden.
- Abgabetermin ist immer der folgende Dienstag um 23:59 Uhr.

Aufgabe 1 : Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass für beliebige Ereignisse A , B , und C gilt:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Aufgabe 2 : Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (4 Punkte)

Auf dem Ergebnisraum $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ sei ein Wahrscheinlichkeitsmaß P definiert. Berechnen Sie:

(a) $P(\{1\})$ aus $P(\{2\}) = \frac{1}{2}$, $P(\{3\}) = \frac{1}{4}$, und $P(\{4\}) = \frac{1}{12}$.

(b) $P(\{1\})$ und $P(\{2\})$ aus $P(\{3\}) = \frac{1}{6}$, $P(\{4\}) = \frac{1}{8}$, und $P(\{1\}) = 3 \cdot P(\{2\})$.

(c) $P(\{1\})$ aus $P(\{2, 3\}) = \frac{1}{2}$, und $P(\{4\}) = \frac{1}{6}$.

(d) $P(\{1\})$ aus $P(\{2, 3\}) = \frac{2}{3}$, $P(\{3, 4\}) = \frac{3}{4}$, und $P(\{2\}) = \frac{1}{6}$.

Aufgabe 3 : Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (4 Punkte)

Beweisen Sie:

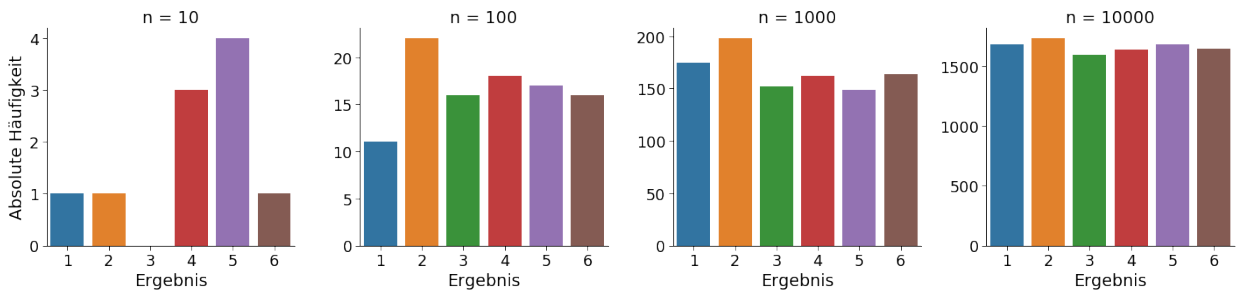
- (a) Für zwei beliebige Ereignisse A und B mit $A \cap B = \emptyset$ gilt: $P(A) \leq P(\overline{B})$.
- (b) Für zwei beliebige Ereignisse A und B gilt: $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$.
- (c) Für beliebige Ereignisse $A, B,$ und C gilt: $P(A \cup B \cup C) \leq P(A) + P(B) + P(C)$.
- (d) Für k beliebige Ereignisse A_1, A_2, \dots, A_k gilt:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k).$$

Aufgabe 4 : Pandas + Seaborn (4 Bonuspunkte)

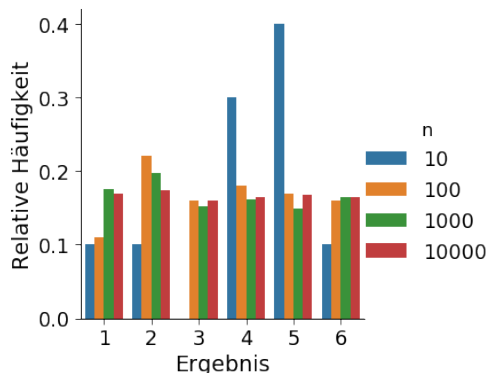
Erstellen Sie ein Jupyter Notebook. Betrachten Sie das Werfen eines Würfels mit dem Ergebnisraum $\{1, \dots, 6\}$. Verwenden Sie die „random.choice“ Methode um 10 000 Würfe eines Würfels zu simulieren. Speichern Sie die Experimentergebnisse zusammen mit der Versuchsnummer in einem Dataframe ab.

- (a) Leiten Sie aus dem Dataframe mit den Ergebnissen der Würfelwürfe ein geeignetes Dataframe ab, welches für jedes mögliche Ergebnis die relative und absolute Häufigkeit nach $n = 10, 100, 1\ 000,$ und $10\ 000$ Würfeln enthält.
- (b) Erzeugen Sie mit Hilfe des Dataframes aus Teilaufgabe (a) ein FacetGrid welches in Balkendiagrammen zu $n = 10, 100, 1\ 000,$ und $10\ 000$ Würfeln die absolute Häufigkeit darstellt.
 Beispiel:



Erzeugen Sie weiter ein Balkendiagramm, welches die relative Häufigkeiten für alle Ergebnisse zu $n = 10, 100, 1\ 000,$ und $10\ 000$ Würfeln darstellt.

Beispiel:



(c) Erzeugen Sie ein Kurvendiagramm, welches die relative Häufigkeit der 6 möglichen Ergebnisse auf die Anzahl der Würfe abbildet. Beispiel:

